第８講　総合演習②

1

以下の［　　］に適当な語句，数式，または数値を入れよ。必要があれば，下の数値を用いよ。

地球上に存在する長い半減期をもつ３つの原子核$^{232}_{90}\mathrm{Th}$，$^{238}_{92}\mathrm{U}$，$^{235}_{92}\mathrm{U}$は，［(1)］原子の原子核を放出するα崩壊と，β線とよばれる高速の［(2)］の放出を伴うβ崩壊をくり返して，原子番号が82の安定な鉛の原子核へ変化する。この過程で生成される放射性物質にラドンがある。ラドンには，質量数が異なる$^{222}_{86}\mathrm{Rn}$と$^{220}_{86}\mathrm{Rn}$の２つの［(3)］がある。このうち$^{220}_{86}\mathrm{Rn}$は，３つの原子核$^{232}_{90}\mathrm{Th}$，$^{238}_{92}\mathrm{U}$，$^{235}_{92}\mathrm{U}$のうち［(4)］の崩壊の過程で生成されたものである。

ウランの半減期は，$^{238}_{92}\mathrm{U}$が4.5×10^{9}年であるのに対して，$^{235}_{92}\mathrm{U}$は7.1×10^{8}年と短い。現在，天然ウランのほとんどは$^{238}_{92}\mathrm{U}$であり，$^{238}_{92}\mathrm{U}$と$^{235}_{92}\mathrm{U}$の存在比は139：1である。地球が誕生した頃の45億年前の存在比は［(5)］：1と推定される。

２つのウランのうちで，$^{235}_{92}\mathrm{U}$は速度の遅い中性子（熱中性子）によって核分裂を起こす。原子炉の燃料であるウランには$^{238}_{92}\mathrm{U}$と$^{235}_{92}\mathrm{U}$が含まれているが，$^{235}_{92}\mathrm{U}$の核分裂に伴って放出される中性子の一部は$^{238}_{92}\mathrm{U}$に吸収される。$^{238}_{92}\mathrm{U}$は中性子を［(6)］個吸収し，［(7)］回のβ崩壊を起こすことにより超ウラン元素である$^{239}_{94}\mathrm{Pu}$に変換される。このプルトニウムは，熱中性子により核分裂を起こすことが知られている。

$^{235}_{92}\mathrm{U}$は核分裂に伴って核エネルギーを放出する。エネルギーE，質量m，光の速さcの間には$E=$［(8)］の関係が成り立つ。１個の$^{235}_{92}\mathrm{U}$の核分裂で放出されるエネルギーを200MeVとすると，$^{235}_{92}\mathrm{U}$の質量（235u）の［(9)］%がエネルギーに変換されることになる。核エネルギーを生み出す原子核の反応には，核分裂反応のほかに，太陽や恒星のエネルギー源である［(10)］反応がある。

$1\,\mathrm{MeV}=1.6\times10^{-13}\,\mathrm{J}$，$c=3.0\times10^{8}\,\mathrm{m/s}$，$1\,\mathrm{u}=1.7\times10^{-27}\,\mathrm{kg}$，$2^{6.34}\fallingdotseq81$

＜ Note ＞

2

下記のウランの核分裂現象の解説を読んで，問いに答えなさい。数値には必要に応じて適切な単位を付した数値を記入しなさい。ただし，計算に必要な物理定数は次の値を用いなさい。

アボガドロ定数：6.0×10^{23}mol^{-1}，　ボルツマン定数：1.4×10^{-23}J/K
プランク定数：6.6×10^{-34}J·s，　真空中の光の速さ：3.0×10^{8}m/s
中性子の質量：1.6×10^{-27}kg，　電気素量：1.6×10^{-19}C

原子番号 92 の元素ウランに含まれる質量数 235 の${}^{235}_{92}$Uの原子核は，速度の遅い中性子を吸収して，質量数が 95 付近および 140 付近の二つの核に分裂し，新たに中性子を２～３個放出する性質がある。この現象を核分裂といい，生じた物質は核分裂生成物と呼ばれ，その多くは放射性である。このウランの核分裂により約 200 種もの異なる核が生成される。例えば，核分裂生成物のひとつ${}^{131}_{53}$Iはベータ崩壊する。

このウラン１個の核分裂で，平均 195MeV のエネルギーが放出される。その際，平均 2.0 MeV のエネルギーを有する高速の中性子（即発中性子）が平均 2.5 個放出される。これが周囲の原子核と衝突を繰り返して減速し，周囲の分子の熱運動と平衡に達する。このような中性子を熱中性子という。この速度の遅い熱中性子が，他の${}^{235}_{92}$Uの原子核を分裂させる。${}^{235}_{92}$Uのかたまりがある臨界量を超えると，この核分裂が連鎖反応的におこり，莫大なエネルギーを発生させる。

(1)　${}^{235}_{92}$Uの原子核に含まれる核子の数，陽子の数，中性子の数はいくらか。

(2)　室温（300K）の中性子からなる気体を考える。これを単原子分子からなる理想気体とみなした場合，この中性子の平均運動エネルギーはいくらか。

(3)　１個の${}^{235}_{92}$Uの核分裂から 195MeV のエネルギーが放出されるとした場合，対応する質量欠損はいくらか。また，毎時 0.30g の${}^{235}_{92}$Uが核分裂しているならば，放出される仕事率はいくらか。

(4)　今，ある放射性同位元素を考える。はじめの原子核の個数を N_0，半減期を T とすると，時刻 t における，その未崩壊の原子核の個数 N は，数式で表現するとどうなるか。

(5)　放射能の強さは，放射性物質が１秒間に崩壊する数である。では１ミリ秒間に 100 回崩壊する放射性物質がある場合，その放射能の強さはいくらか。

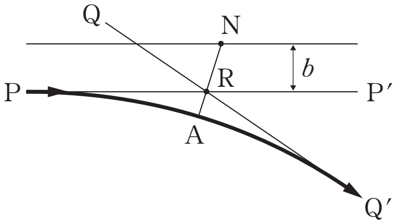
(6)　放射能の強さは，未崩壊の原子核の個数に比例し，その半減期に反比例する。今，ある量の放射能の強さを有するヨウ素${}^{131}_{53}$Iがある。その放射能の強さが 100 分の１に減衰する

＜ Note ＞

のは，およそ何日後か。ただし，$^{131}_{53}\mathrm{I}$の半減期は 8.0 日とし，必要であれば $\log_{10}2=0.301$ を用いよ。

＜ Note ＞

3



次の文を読んで，［　　］には適した式を，［［　　］］には適した数値を有効数字2桁で記せ。

(1)　電荷 Ze [C] の原子核に向かってきた α 粒子（${}^{4}_{2}\mathrm{He}$原子核）の散乱を考える。ここで e は電気素量を表す。原子核は十分重くて動かないものとする。原子核と α 粒子の間にはクーロンの斥力が働き，α 粒子の運動の軌跡は双曲線になることが知られている。図においてNは原子核の位置を示す。α 粒子は初め直線PRP′ に沿って入射し，原子核に最も近接する点Aを通り，やがて直線QRQ′ に沿って飛び去る。α 粒子の運動の軌跡の双曲線は直線NAに関して対称である。Nと直線PRP′ の距離 b [m] を衝突径数という。以下で，クーロン力の比例定数を k [N·m^2/C^2] とする。

α 粒子の遠方での速度を v [m/s]，最近接点Aでの速度を u [m/s] とする。NとAとの距離を最近接距離といい a [m] で表し，α 粒子の質量を m [kg] で表す。α 粒子の遠方におけるエネルギーが点Aでのエネルギーに等しいことを表す関係式は［イ］である。α 粒子のNに関する面積速度は，遠方では［ロ］[m^2/s] であり，点Aでは［ハ］[m^2/s] である。惑星の公転運動の場合のように，この場合も面積速度は一定であることが知られているので，両者は等しい。エネルギー保存則と面積速度一定の法則から，最近接距離 a を m, v, b, Z, e, k を用いて表すと $a=$［ニ］となる。

(2)　α 粒子の入射速度 v を一定にした場合，最近接距離 a が最小になるのは衝突径数 b が $b=$［［ホ］］の時である。この a の最小値 a_0 は，m, v, Z, e, k を用いて表すと，$a_0=$［ヘ］…①となる。この a_0 の値は入射速度 v が大きくなると小さくなり，α 粒子と原子核が接するほどに小さくなると，両者の間に核力が働くようになり，原子核反応も起こり出す。いま，α 粒子をベリリウム原子核${}^{9}_{4}\mathrm{Be}$に当てる場合を考える。${}^{9}_{4}\mathrm{Be}$は α 粒子に比べて十分には重くないが，簡単のため動かないものと仮定する。両者の半径の和を 4.5×10^{-15}m であるとすると，両者が接するようになるのは，①式の関係を用いると，$\dfrac{1}{2}mv^2=$［［ト］］[MeV] 程度に入射エネルギーを大きくしたときである。

ここで，$ke^2=2.3\times10^{-28}$ [J·m] $=1.4\times10^{-15}$ [MeV·m] とせよ。

(3)　入射エネルギーが5MeV程度の α 粒子をベリリウム原子核${}^{9}_{4}\mathrm{Be}$に当てたところ，核反応が起こって，電荷が中性の粒子が出てきた。この中性粒子を静止している水素原子核（陽子）と窒素原子核${}^{14}_{7}\mathrm{N}$にそれぞれ当てたところ，これらの原子核がたたき出されて，その運動エネルギーの最大値はそれぞれ，5.6MeV と 1.4MeV であった。

この中性粒子の正体が γ 線（高エネルギーの光子）であるとして，電子と光子のコンプトン散乱のようにして原子核がたたき出されたと考えてみよう。たたき出された原子核の質量を M [kg]，その運動エネルギーの最大値を T [J]，原子核と衝突する前と後の γ 線のエネルギーをそれぞれ E [J], E' [J] とする。M, T, E, E' と光速 c [m/s] を用いると，

＜ Note ＞

たたき出された原子核の運動エネルギーが最大となるのは正面衝突の場合であるので，運動量保存の関係式は［ チ ］であり，エネルギー保存の関係式は［ リ ］である。これから，E は $E=$［ ヌ ］と表される。この公式から，水素原子核のたたき出しの実験結果は，γ 線のエネルギーが［［ ル ］］［MeV］であったことを意味するが，他方，窒素原子核 ${}^{14}_{7}\mathrm{N}$ のたたき出しの実験結果は，γ 線のエネルギーが［［ ヲ ］］［MeV］であったことを意味するので，これらは互いに矛盾する。この中性の粒子は実は中性子であり，その質量は陽子とほぼ等しい。

ここで，$Mc^2=$(質量数)$\times1.5\times10^{-10}$［J］＝(質量数)$\times9.4\times10^{2}$［MeV］とせよ。

＜ Note ＞

第８講　確認テスト

次の熱核融合反応について，以下の問に答えなさい。

$${}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \longrightarrow {}^{3}_{2}\mathrm{He} + \mathrm{n}$$

問１　この反応の際に起こる質量の変化はいくらか，原子質量単位 u を用いて答えなさい。ただし，${}^{2}_{1}\mathrm{H}$，${}^{3}_{2}\mathrm{He}$，n の質量はそれぞれ 2.0136u，3.0149u，1.0087u とする。［１］

問２　上の質量変化により放出されるエネルギーの大きさを求めなさい。ただし，真空中の光の速さを 3.00×10^{8}m/s，原子質量単位 1 u＝1.66×10^{-27}kg とする。［２］

問３　この反応が起こる確率を高めるためには，２つの重陽子（${}^{2}_{1}\mathrm{H}$）を r_0 [m] 程度の距離まで近づける必要がある。この距離における重陽子間の静電気力による位置エネルギーは 5.80×10^{-14}J である。r_0 を求めなさい。ただし，電気素量を 1.60×10^{-19}C，クーロンの法則における比例定数を $9.00\times10^{9}\mathrm{N\cdot m^2/C^2}$ とする。［３］

問４　一直線上を接近するように進む２つの重陽子を考える。この重陽子の温度 T [K] における熱運動エネルギーを $\frac{3}{2}kT$ とし，距離 r_0 まで近づいたとき，この核融合反応が起こるとする。核融合反応を起こすには気体の温度を何 K 以上にしなければならないか。ただし，$k=1.38\times10^{-23}$J/K とする。［４］

［１］の選択肢

① 0.0036 [u]　② −0.0036 [u]　③ 1.0012 [u]　④ −1.0049 [u]

［２］の選択肢

① 5.4×10^{-13} [J]　② -5.4×10^{-13} [J]　③ 1.5×10^{-12} [J]
④ -1.5×10^{-12} [J]

［３］の選択肢

① 1.14×10^{-15} [m]　② 2.89×10^{-15} [m]　③ 4.17×10^{-15} [m]
④ 3.97×10^{-15} [m]

［４］の選択肢

① 2.4×10^{9} [K]　② 2.4×10^{8} [K]　③ 1.4×10^{9} [K]
④ 1.5×10^{8} [K]

＜ Note ＞

第８講　解答

1

(1)　ヘリウム　(2)　電子　(3)　同位体　(4)　$^{232}_{90}\mathrm{Th}$　(5)　3.4

(6)　1　(7)　2　(8)　mc^2　(9)　8.9×10^{-2}　(10)　核融合

2

(1)　核子の数：235，陽子の数：92，中性子の数：143

(2)　平均運動エネルギー：6.3×10^{-21} [J]

(3)　質量欠損：3.5×10^{-28} [kg]，仕事率：6.6×10^{6} [W]

(4)　$N=N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$

(5)　1.0×10^{5} [1/s]

(6)　53 日後

3

(イ)　$\dfrac{mv^2}{2}=\dfrac{mu^2}{2}+\dfrac{2kZe^2}{a}$

(ロ)　$\dfrac{bv}{2}$

(ハ)　$\dfrac{au}{2}$

(ニ)　$a=\dfrac{2kZe^2}{mv^2}+\sqrt{\left(\dfrac{2kZe^2}{mv^2}\right)^2+b^2}$　又は　$\dfrac{2kZe^2}{mv^2}\left\{1+\sqrt{1+\left(\dfrac{mv^2}{2kZe^2}\right)^2b^2}\right\}$

(ホ)　$b=0$

(ヘ)　$a_0=\dfrac{4kZe^2}{mv^2}$

(ト)　$\dfrac{mv^2}{2}=\dfrac{8ke^2}{a_0}\fallingdotseq 2.5$ [MeV]

(チ)　$\dfrac{E}{c}=-\dfrac{E'}{c}+\sqrt{2MT}$

(リ)　$E=E'+T$

(ヌ)　$E=\dfrac{\left(T+\sqrt{2Mc^2T}\right)}{2}$

(ル)　$E_{\mathrm{H}}\fallingdotseq 54$ [MeV]

(ヲ)　$E_{\mathrm{N}}\fallingdotseq 97$ [MeV]

第８講　確認テスト

【解答】

問１　②　　問２　①　　問３　④　　問４　③

【解説】

問１　$\underbrace{(3.0149+1.0087)}_{\text{反応後 }{}^{3}_{2}\mathrm{He}\text{ と }{}^{1}_{0}\mathrm{n}}-\underbrace{(2.0136\times2)}_{\text{反応前 }{}^{2}_{1}\mathrm{H}\text{ 2コ}}=\underline{-0.0036\ [\mathrm{u}]}$

問２　$E=\Delta mc^2=\underbrace{0.0036\times1.66\times10^{-27}}_{\text{質量を [kg] 単位に直す}}\times(3.00\times10^{8})^2=0.05378\times10^{-11}$

$\fallingdotseq\underline{5.4\times10^{-13}\ [\mathrm{J}]}$

問３　クーロン力の位置エネルギーは $U=k\dfrac{e^2}{r_0}$ と書けるので，

$$r_0=\frac{ke^2}{U}=\frac{9.00\times10^{9}\times(1.60\times10^{-19})^2}{5.80\times10^{-14}}\fallingdotseq\underline{3.97\times10^{-15}\ [\mathrm{m}]}$$

問４　２つの重水素のエネルギーの和が，問３の U より大きくなればよい。

$$\therefore\quad U\leqq\left(\frac{3}{2}kT\right)\times2$$

$$T\geqq\frac{U}{3k}$$

$$=\frac{5.80\times10^{-14}}{3\times1.38\times10^{-23}}$$

$$\fallingdotseq\underline{1.40\times10^{9}\ [\mathrm{K}]}$$